

古典論の限界

量子力学のおこり

黒体輻射, コンプトン散乱, 光電効果,
固体の比熱, 水素原子

- プランクの黒体輻射
- 光電効果
- コンプトン散乱
- 電子線回折
- 水素原子模型
- 固体の比熱

プランクの黒体輻射

$$E = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ [Js]}$$

- プランクの光量子仮説

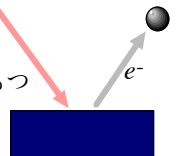
光のエネルギーは電磁波の振動数(ν)
で決まり、 $h\nu$ の整数倍のとびとびの
値しかとれない(h : プランク定数)

光電効果

- 物質に光を当てると電子が放出される
- 放出される電子の数は光の強度に比例する
- 光の振動数が閾値より小さいとどんなに強い (明るい) 光を当てても電子は出てこない
- 放出される電子の最大エネルギーは光の振動数と一次関数の関係にある

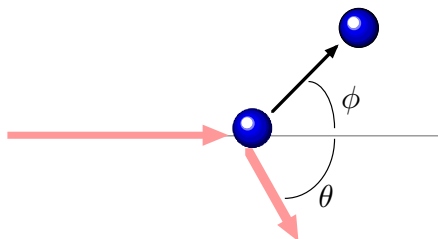
光は運動エネルギー $h\nu$ の粒子の性質をもつ

$$E_{\max} = h\nu - W$$



コンプトン散乱

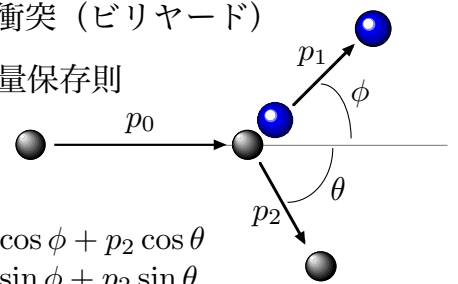
- 電子にX線を当てると、当てたX線の波長とは異なる波長のX線が放出され、同時に電子も飛び出してくる



コンプトン散乱

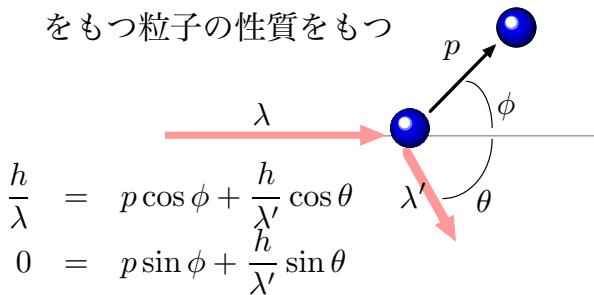
- 粒子の衝突 (ビリヤード)
- 運動量保存則

$$p_0 = p_1 \cos \phi + p_2 \cos \theta$$
$$0 = p_1 \sin \phi + p_2 \sin \theta$$



コンプトン散乱

- 光は {プランク定数/波長}の運動量をもつ粒子の性質をもつ



7

プランク定数 h と \hbar

- 光のエネルギー $E = h\nu$
- 光の運動量 $p = \frac{h}{\lambda}$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\hbar}{2\pi} k = \hbar k$$

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \quad \hbar = 1.05 \times 10^{-34} [\text{Js}]$$

$$E = h\nu = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = \hbar\omega$$

8

電子線回折

- 結晶に電子を当てると、散乱された電子は回折模様をつくる

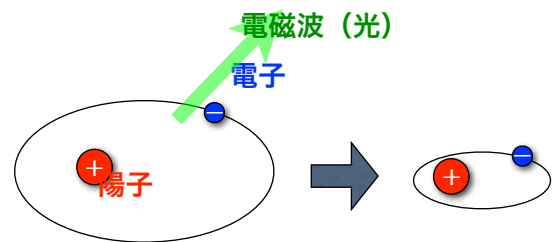
リチウムの吸着した銅の結晶表面からの電子線回折像

酸化チタンの結晶表面からの電子線回折像

9

(水素) 原子模型

- 原子は正電荷を持つ原子核の周りを負電荷を持つ電子が運動している



10

固体の比熱

- 物質のモル当たりの比熱は物質・温度に依らず一定値をとる (デュロン・プチの法則)
- 温度が絶対零度に近付くと比熱はゼロになる

11

古典論の限界

- 黒体輻射 → エネルギーは不連続
- 光電効果 → 振動数 → エネルギー
- コンプトン散乱 → 波数 → 運動量
- 電子線回折 → 電子も波の性質
- 水素原子模型 → 定常状態の存在
- 固体の比熱 → 「振動」も粒子/波

12

ド・ブロイの物質波

光や電子、陽子、原子などはすべて

- 波動の属性
波長・波数・振動数(角振動数)と
- 粒子の属性
運動量・エネルギー(運動エネルギー)

の両方をあわせ持つ

13

ド・ブロイの関係式

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\begin{cases} p_x = \hbar k_x \\ p_y = \hbar k_y \\ p_z = \hbar k_z \end{cases}$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}$$

$$\begin{aligned} E &= \hbar\omega \\ \vec{p} &= \hbar\vec{k} \end{aligned}$$

14

光の運動量とエネルギー

- 光速 $c = 3.00 \times 10^8$ [m/s]
- 波長 λ
- 振動数 ν

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi\nu = c\frac{2\pi}{\lambda} = ck$$

$$\hbar\omega = c\hbar k \quad E = cp$$

15

自由電子の波長と振動数

- 電荷 $-e = -1.6 \times 10^{-19}$ [As]
- 質量 $m = 9.1 \times 10^{-31}$ [kg]

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$p = \sqrt{2mE} = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

16

光の運動量とエネルギー

	波長	振動数	エネルギー	$h\nu/mc$	$\sqrt{2h\nu/m}$
電波(FM放送)	3.9m	76MHz	0.32 μ eV	67cm/h	335m/s
マイクロ波	14cm	2.1GHz	8.9 μ eV	5mm/s	1.8km/s
赤外線	10μm	3×10^{13} Hz	120meV	262km/h	2×10^5 m/s
可視光(橙)	600nm	5×10^{14} Hz	2eV	1×10^3 m/s	9×10^5 m/s
紫外線	300nm	1×10^{15} Hz	4eV	2×10^3 m/s	1×10^6 m/s
X線	0.1nm	3×10^{18} Hz	12KeV	7×10^6 m/s	7×10^7 m/s
ガンマ線	1pm	3×10^{20} Hz	1.2GeV	7×10^8m/s	7×10^8m/s

光の運動量を電子に与えたときの電子の速度 \uparrow
 光のエネルギーを電子に与えたときの電子の速度 \leftarrow

注) 電子の速度が光速を超えることはない。光速に近くなるときは相対論で取り扱う必要がある。

17

力学から量子力学へ

- 電子・原子・光など
 - 粒子性 (運動量、運動エネルギー)
 - 波動性 (振動数、波長)
- ニュートンの運動法則は適用できない
- 新しい運動法則 (方程式) が必要

18